「線形代数学第二」授業参観の先生方のためのメモ

共通教育部 数学部会 : 山田 裕一

科目紹介:「線形」は"和とスカラー倍"を意味します. 実は, この基本的な2つの演算だけで多くのことが議論できます. そこで, この2つの演算を備えた集合に共通する性質をまとめておき, 扱い方を定番化するのが線形代数です.

「多項式, 行列, 関数, 皆さんは, 今後もいろんな数学的な対象の集合に出逢うことでしょう. どんな集合でも, 和とスカラー倍 を備えたものなら, 線形代数の手法が すべて使えます.」

前の回までのあらすじ:基本的な用語の積み重ねによって「基底」「次元」の概念が 定義されました.基底を決めれば「座標(数を用いて要素や位置を表す方法)」によって、どんな(未知の)線形空間でも よく知っている集合 \mathbb{R}^n と見なすことができ、線形写像は 行列 で表示できる ということを説明しました.

今回の授業の要点: 行列の固有値・対角化(簡単な場合)の意義と求め方, そして "その方法で求められる理由". さらに, 演習時間をとって 適宜ヒントを出し, 学生達の はじめての対角化 を応援し, 経験・実感させます. (学生は後日, 数学演習でも練習します) 今回の授業で工夫するところ (うまく行くとは限りません): 演習中に 学生の計算を覗き込ん で 応援し, ミスを偵察し, タイミングを見計らって前で補足説明します. 「数学演習」で腕を磨きました.

授業で使う"言葉"

「プリント1」=線形代数の用語の 定義のみ を辞書のように並べた自作プリント「そのココロは」:行列演算を応用して複数のベクトルの関係式を表す"便利な記法"を使うときの枕詞 (この記法を使うとき,必ず この言葉を言います)

科目の特徴:1年生の数学必修 7科目の中で,電通大生が最も苦手な科目は,間違いなく「線形代数学第2」です.次の4つの理由が考えられます.

- (1) 学生にとって 理論は ほぼ初めて : 専門用語, 定義, 定理, 証明, ... (≠ 解法)
- (2) 日本語・ことば(試験で言えば'出題文')が難しい(下に例)
- (3) 後半の内容が 散発的で豊富: 像と核, 固有値と対角化, 直交化 など
- (4) 逆に最も簡単な科目が「線形代数学第1」(計算法)で,うっかりタカを括る

注 (業務上 重要): H27年度入学生 から 高校数学から 行列 が消えます.

上記 (2) '出題文' の例: 線形空間 V に 2 種類の基底 A, B をとる. ベクトル v の基底 A に関する座標を $[v]_A$ と表すとする. A から B への基底の取り替え行列を P とするとき, $[v]_B$ を P と $[v]_A$ から計算する(座標の変換)式を記せ.

答: $[v]_{\mathcal{B}} = P^{-1}[v]_{\mathcal{A}}$ (よくある誤答 $[v]_{\mathcal{B}} = P[v]_{\mathcal{A}}$)

よろしくお願いいたします.